ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Белюшина Е.А., студентка,

Русинов А.А., к.ф.-м.н., доцент,

Бирский филиал УУНиТ, г. Бирск, Россия

Аннотация: в данной статье рассматривается решение некоторых экономических задач с использованием математического моделирования.

Ключевые слова: математическая модель, экономика, построение математической модели.

Экономико-математическая модель представляет собой математическое описание экономического процесса или объекта, разработанное для их исследования и управления. Она является математическим представлением решаемой экономической задачи. Примеры таких моделей включают модели макроэкономического роста, спроса и предложения, ценообразования и другие. Анализ и построение таких моделей позволяют выявить основные факторы, влияющие на экономические процессы, и разработать оптимальные стратегии управления экономикой. Модель в самой общей форме представляет условный образ объекта исследования, созданный для упрощения анализа. При ее построении предполагается, что изучение модели приводит к новым знаниям о моделируемом объекте. Эти принципы также применимы к экономико-математическим моделям [1].

Основные требования к таким моделям включают следующее:

1. Адекватность - модель должна соответствовать оригиналу объекта.

2. Объективность - выводы модели должны отражать реальные условия.

3. Простота - модель не должна быть перегружена второстепенными факторами.

4. Чувствительность - модель должна способно реагировать на изменение начальных параметров.

5. Устойчивость - малые изменения в исходных параметрах не должны существенно изменять решение задачи.

6. Универсальность - модель должна иметь широкие возможности применения.

Этапы экономико-математического моделирования состоят из следующих шагов:

1. Анализ экономической проблемы и постановка. На этом этапе проводится качественный анализ проблемы, выделение ключевых характеристик и свойств моделируемого объекта, формулирование гипотез, которые объясняют поведение и развитие объекта.

2. Построение математической модели с использованием конкретных математических зависимостей, таких как функции, уравнения и неравенства.

3. Математический анализ модели, который позволяет выявить общие свойства и решения модели.

4. Подготовка исходной информации, включая применение методов теории вероятностей и математической статистики для организации выборочных обследований и оценки достоверности данных.

5. Численное решение, включающее разработку алгоритмов для решения задачи, программирование на компьютере и проведение вычислений.

6. Анализ численных результатов и их применение. На этом этапе проверяется правильность и полнота результатов моделирования, а также применимость этих результатов в практической деятельности и для улучшения модели [2].

Пример. У нефтеперерабатывающего завода имеются два сорта нефти: сорт А в количестве 10 единиц и сорт В в количестве 15 единиц. При переработке нефти получают два материала: бензин (Б) и мазут (М). Имеется три варианта технологического процесса переработки:

I. 1А + 2В = 3Б + 2М

II. 1А + 1В = 1Б + 5М

III. 2А + 2В = 1Б + 2М

Цена Б 10 тыс. руб. за единицу, М – 1 тыс. руб. Задача состоит в определении наиболее выгодного сочетания технологических процессов при учете имеющегося количества нефти.

Введем обозначения:

x_i – количество использования i-го технологического процесса (1-3).

Для вектора x_i выручка завода равна:

$$32x_1 + 15x_2 + 12x_3 \text{ (тыс. руб.).}$$

Учет запаса нефти осуществляется по следующим условиям:

- для сорта А $x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 10$
- для сорта В $2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 15$

Коэффициенты 1, 2, 2 – это нормы расхода сорта А; 2, 1, 2 – нормы расхода В.

Математическая модель заключается в следующем: найти такой вектор $x = (x_1, x_2, x_3)$, чтобы максимизировать выручку или функцию f(x).

$$f(x) = 32x_1 + 15x_2 + 12x_3.$$

при выполнении условий для сорта А и В, x_1, x_2, x_3 – целые положительные числа.

При данных условиях мы получили задачу линейного программирования, то есть задачу максимизации целевой функции: $f(x) \to max$ при заданных условиях. Данная модель является ***примером оптимизационной модели детерминированного типа*** с определенными элементами

Пример 2. Инвестор хочет выбрать наиболее выгодные акции, облигации и другие ценные бумаги для покупки на заданную сумму с целью получения определенной прибыли с линейным риском. Прибыль на каждый рубль, вложенный в ценные бумаги j-го вида, определяется двумя показателями:

1) ожидаемая прибыль

2) фактическая прибыль

Инвестору желательно, чтобы ожидаемая прибыль на 1 рубль вложения для всего портфеля ценных бумаг была не ниже заданной величины.

Известные параметры:

n – число разновидностей ценных бумаг,

a_i – фактическая прибыль i-го вида ценных бумаг,

d_i – ожидаемая прибыль.

Неизвестная величина y_i - средства, выделяемые для приобретения ценных бумаг *i*-ого вида. Вся инвестированная сумма выражается как сумма $\sum_{i=1}^{n} y_i$. Для упрощения модели можно ввести обозначения:

$$x_i = \frac{y_i}{\sum_{i=1}^{n} y_i}.$$

Откуда видно, что x_i - это доля всех средств, которые выделяются для приобретения ценных бумаг *j*-ого вида.

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$$

Это соотношение определяет основную цель инвестора - достижение определенного уровня прибыли с минимальным риском.

Риск - это мера отклонения фактической прибыли от ожидаемой, поэтому риск может быть отождествлен с ковариацией:

$$\sigma_{ij} = M(a_i - d_i)(a_j - d_j).\cdot$$

Тогда математическая модель может быть представлена в виде минимизации следующей суммы.

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sigma_{ij} x_i x_j \to \min$$

При ограничениях

$$\sum_{j=1}^{n} a_j x_j \geq b \ , \ \sum_{j=1}^{n} x_j = 1 \, , \ x_j \geq 0.$$

Данная модель носит название ***модели Марковица*** для оптимизации структуры портфеля ценных бумаг. Данная модель – это модель стохастического типа или модель с элементами случайности.

Задача о смесях (рационе, диете). К группе задач о смесях относят задачи по отысканию наиболее дешевого набора из определенных исходных материалов, обеспечивающих получение смеси с заданными свойствами.

Получаемые смеси должны иметь в своем составе n различных компонентов в определенных количествах, а сами компоненты являются составными частями m исходных материалов.

Введем следующие обозначения: x_j – количество материала j-го вида, входящего в смесь; c_j – цена материала j-го вида; b_i – минимально необходимое содержание i-го компонента в смеси. Коэффициенты a_{ij} показывают удельный вес i-го компонента в единице j-го материала.

Экономико-математическая модель задачи:

$$f(\overline{X}) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \min,$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \ge b_i, i = \overline{1, m},$$

$$x_j \ge 0, j = \overline{1, n}.$$

Целевая функция представляет собой суммарную стоимость смеси. Функциональные ограничения являются ограничениями по содержанию компонентов в смеси: смесь должна содержать компоненты в объемах, не менее указанных [3].

Таким образом, экономико-математическое моделирование представляет собой мощный инструмент для исследования экономических процессов, прогнозирования будущих событий и принятия обоснованных решений в экономике. Оно позволяет ученым и экономистам лучше понять сложные экономические явления и разработать эффективные стратегии управления экономическими системами.

Литература

1. Орлова И.В., Половников В.А. Экономико-математические методы и модели: компьютерное моделирование: Учеб. пособие. — 3-е изд., перераб. и доп. — М.: Вузовский учебник: ИНФРА-М, 2014. — 389 с.

2. Панкратов, Е. Л. Ведение в экономико-математическое моделирование: учебное пособие / Е. Л. Панкратов, Е. А. Булаева, П. Б. Болдыревский. — Нижний Новгород: ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2017. — 113 с.

3. Чернышев Л.А. Экономико-математические методы и модели: учеб. пособие / Л.А.Чернышев. – Екатеринбург, 2013. – 206 с.